

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НИЖНЕВАРТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**



**ПРОГРАММА  
проведения вступительного испытания по общеобразовательному  
предмету «Математика»**

**программа согласована на заседании кафедры физико-математического образования  
«15» сентября 2022 года, протокол № 8**

Нижневартовск 2022

## Пояснительная записка

Прием на обучение по программам бакалавриата проводится в соответствии Правилами приема на обучение по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата в ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный университет» (далее – Университет) на 2023-2024 учебный год.

Программа профильного вступительных испытаний по предмету «Математика» сформирована на основе:

1. Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. N 413 (с изменениями от 29 декабря 2014 г., 31 декабря 2015 г., 29 июня 2017 г.).

**Цель испытания** – определение возможностей абитуриентов, поступающих на обучение на базе среднего профессионального образования, осваивать основные профессиональные программы высшего образования, отбор наиболее успешных абитуриентов для обучения в Университете.

**Форма заданий** вступительного испытания – тестовые задания.

**Процедура проведения вступительного испытания.** В одном варианте предлагается 50 заданий. На решение задач данного контрольного мероприятия отводится **60 минут** (без перерыва). Вопросы для ответов представлены на специальном тестовом бланке. Во время экзамена абитуриентам запрещается пользоваться средствами связи и любым другим электронным оборудованием.

**Критерии оценивания:** Вступительное испытание проводится в тестовой форме с использованием 100 балльной системы оценивания. За каждый правильный ответ начисляется 2 балла.

**Минимальное количество баллов**, подтверждающих успешное прохождение вступительных испытаний в Университет по выбранному направлению подготовки: – 39 баллов (из 100 баллов).

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования к абитуриентам предъявляются следующие требования к предметным результатам освоения базового курса математики (алгебра и начала математического анализа, геометрия):

1) сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

2) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

3) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

4) владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

5) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

6) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

7) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

8) владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении математических задач.

## **СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ПРОФИЛЬНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»**

### **Раздел I. ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ**

1. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.
2. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.
3. Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.
4. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .
5. Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

### **Раздел II. ТРИГОНОМЕТРИЯ**

1. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла.
2. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества.
3. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов.
4. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла.
5. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.
6. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования тригонометрических выражений.
7. Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений. Простейшие тригонометрические неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

### **Раздел III. ФУНКЦИИ**

1. Функции. Область определения и множество значений.
2. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами.
3. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность.
4. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума).
5. Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.
6. Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.
7. Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.
8. Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.
9. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
10. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

## **Раздел IV. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

1. Понятие о пределе последовательности.
2. Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
3. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций.
4. Производные сложной и обратной функций. Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.
5. Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.

## **Раздел V. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

1. Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений и неравенств.
2. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.
3. Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.
4. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.
5. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

## **Раздел VI. ГЕОМЕТРИЯ**

### **Тема А. Геометрия на плоскости**

1. Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.
2. Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.
3. Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма.
4. Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

### **Тема В. Прямые и плоскости в пространстве.**

1. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).
2. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
3. Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.
4. Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

### **Тема С. Многогранники.**

1. Вершины, ребра, грани многогранника.
2. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.
3. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.
4. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.
5. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная).
6. Сечения многогранников. Построение сечений.
7. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

### **Тема D. Тела и поверхности вращения.**

1. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.
2. Шар и сфера, их сечения. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.

### **Тема E. Объемы тел и площади их поверхностей.**

1. Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.
2. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

### **Тема F. Координаты и векторы.**

1. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.
2. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора.
3. Скалярное произведение векторов.
  4. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

### Рекомендуемая литература:

1. Математика. Сборник тренировочных работ под редакцией А.Л. Семёнова и И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2009.
2. Единый государственный экзамен 2010. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся. / ФИПИ – М: Интеллект-Центр, 2010 – 96с. (Под редакцией А.Л. Семенова и И.В. Ященко)
3. ЕГЭ 2010. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, Д.Д. Гущин, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко.
4. Математика / авт.-сост. И.Р. Высоцкий, Д.Д. Гущин, П.И. Захаров и др.; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко – М.: АСТ: Астрель, 2010 – 93с. – (Федеральный институт педагогических измерений).

### Интернет-ресурсы:

1. Справочник для подготовки к ЕГЭ по математике:  
<http://egehelp.ru/matematika.html>.
2. Учебные пособия для подготовки к вступительным испытаниям института открытого образования:  
<http://www.hi-edu.ru/proityobuchenie.html>
2. Открытый банк заданий ЕГЭ по математике (профильный уровень):  
<http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>

Кроме того, можно использовать любые школьные учебники по математике, справочники по элементарной математике, а также пособия по математике для поступающих в вузы.

## Пример теста

1. Вычислить  $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ .

- 1) 3;                      2) 2;                      3) 1;                      4) -1;                      5) Ответы 1-4 неверны.

2. Упростить выражение  $\sqrt{\frac{abc+4}{a}} + 4\sqrt{\frac{bc}{a}} * \frac{1}{\sqrt{abc+2}}$ .

- 1) 5;                      2) a;                      3) 1;                      4) 0,5;                      5) Ответы 1-4 неверны.

3. Найти a, при которых система  $\begin{cases} (3+a)x + 2y = 3, \\ ax - y = 3 \end{cases}$  не имеет решений.

- 1) -3;                      2) 1;                      3) -1;                      4) 3;                      5) Ответы 1-4 неверны.

4. При каких значениях a неравенство  $(a-1)x^2 - 2(a+1)x + a - 3 < 0$  верно для всех значений x?

- 1)  $a < \frac{1}{3}$ ;                      2)  $a < 1$ ;                      3)  $a = 1$ ;                      4)  $\frac{1}{3} < a < 1$ ;                      5) Ответы 1-4 неверны.

5. Найти второй коэффициент (при x) приведенного квадратного уравнения, если один из его корней  $x_1 = \sqrt{3} - 2$ .

- 1) -4;                      2)  $2\sqrt{3}$ ;                      3)  $-2\sqrt{3}$ ;                      4) 4;                      5) Ответы 1-4 неверны.

6. Какое множество служит решением уравнения  $\sqrt{1 - 2x^2 + x^4} = 1 - x^2$ ?

- 1) Луч;                      2) Отрезок;                      3) Точка;                      4)  $\emptyset$ ;                      5) Ответы 1-4 неверны.

7. Найти область определения функции  $y = \sqrt{\frac{3x^4(x^2-9)}{2x^2+11}}$ .

- 1)  $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ ;                      2)  $[-3; 3]$ ;                      3) R;                      4)  $\emptyset$ ;                      5) Ответы 1-4 неверны.

8. Чему равна сумма целых чисел, являющихся решениями неравенства  $|x| + |x - 1| < 5$ .

- 1) 0;                      2) 3;                      3) 5;                      4) 2;                      5) Ответы 1-4 неверны.

9. Вычислить  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_3 \log_5 \sqrt[3]{5}}$ .

- 1)  $\frac{1}{16}$ ;                      2) -16;                      3) 16;                      4)  $\sqrt[3]{16}$ ;                      5) Ответы 1-4 неверны.

10. Найти сумму  $(x + y)$ ,  $(x; y)$ -решение системы

$$\begin{cases} x^{x-2y} = 36, \\ 4(x - 2y) + \log_6 x = 9. \end{cases}$$

- 1) 8;                      2) -6;                      3) 4;                      4) 6,5;                      5) Ответы 1-4 неверны.

11. Решить систему неравенств  $\begin{cases} 2^{\log_2 x^2} < \sqrt{2}, \\ 1 - x \log_2 8 < 0. \end{cases}$



- 1)  $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ ; 2)  $(\frac{1}{3}; \sqrt{2})$ ; 3)  $(\frac{1}{3}; +\infty)$ ; 4)  $(-\infty; \frac{1}{3})$ ; 5) Ответы 1-4 неверны.
12. Найти сумму четырех чисел, составляющих убывающую геометрическую прогрессию, зная, что сумма крайних членов этой прогрессии равна 27, а сумма средних равна 18.
- 1) 50; 2) 40; 3) 35; 4) 45; 5) Ответы 1-4 неверны.
13. Вычислить  $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$ .
- 1) 5; 2) 0; 3)  $-\sqrt{5}$ ; 4)  $\sqrt{5}$ ; Ответы 1-4 неверны.
14. Вычислить  $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \frac{17}{10} \pi)$ .
- 1)  $\frac{4\pi}{5}$ ; 2)  $\frac{8\pi}{5}$ ; 3)  $\frac{17\pi}{10}$ ; 4)  $\frac{7\pi}{10}$ ; 5) Ответы 1-4 неверны.
15. Найти сумму корней уравнения  $4 \sin 3x + 3 \cos 3x = 3\sqrt{\pi}$ , лежащих в интервале  $(-90^\circ; 90^\circ)$ .
- 1)  $-90^\circ$ ; 2)  $0^\circ$ ; 3)  $90^\circ$ ; 4) Корней нет; 5) Ответы 1-4 неверны.
16. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = 3x^2 - x^3$  в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .
- 1) -9; 2) -2; 3) -6; 4) 17; 5) Ответы 1-4 неверны.
17. Даны три вершины параллелограмма  $ABCD$ .  $A(0,0,0)$ ,  $B(1,2,0)$ ,  $C(2,0,3)$ . Найти длину диагонали  $BD$ .
- 1) 5; 2) 6; 3) 7; 4) 4; 5) Ответы 1-4 неверны.
18. Отношение соответствующих медиан подобных треугольников равно:
- 1) отношению периметров подобных треугольников;
  - 2) отношению площадей подобных треугольников;
  - 3) отношению соответствующих сторон подобных треугольников;
  - 4) отношению квадратов соответствующих сторон подобных треугольников;
  - 5) Ответы 1-4 неверны.
19.  $CE = 2, EB = \sqrt{3}$ . Найти  $AE:ED$ .
- 1) 1:1; 2)  $2:\sqrt{3}$ ; 3)  $\sqrt{3}:2$ ; 4)  $(\sqrt{3} - 1):1$ ; 5) Ответы 1-4 неверны.
20. Около окружности диаметра 4 описан ромб со стороной 8. Найти его площадь.
- 1) 16; 2) 24; 3) 28; 4) 30; 5) Ответы 1-4 неверны.
21. В треугольнике  $ABC$   $AB = 9$ ,  $M$ -цент тяжести,  $PQ$  и  $AB$  параллельны. Найти  $PQ$ .
- 1) 4,5; 2) 6; 3) 5; 4) 6,5; 5) Ответы 1-4 неверны.
22. В пирамиду  $PABCD$  можно вписать конус. Какой фигурой является основание данной пирамиды?
- 1) Параллелограмм;

- 2) Ромб;
- 3) Произвольная равнобедренная трапеция;
- 4) Любой четырехугольник, суммы величин противоположных углов которого равны  $180^\circ$ ;
- 5) Ответы 1-4 неверны.

23. Ребра треугольной пирамиды  $MABC$  равны 6. Найти периметр сечения, проведенного параллельно стороне  $BC$  и проходящего через точки  $A$  и  $K$ , где  $K$  - середина  $MB$ .

- 1)  $4\sqrt{3} + 3$ ;
- 2)  $6\sqrt{3} + 1$ ;
- 3)  $18$ ;
- 4)  $3(2\sqrt{3} + 1)$ ;
- 5) Ответы 1-4 неверны.

24. Сколько может в пространстве существовать скрещивающихся прямых, любые две из которых взаимно перпендикулярны?

- 1)  $3$ ;
- 2)  $2$ ;
- 3)  $4$ ;
- 4) Бесконечно много;
- 5) Ответы 1-4 неверны.

25. Равносторонний треугольник вращается вокруг своей стороны  $a$ . Найти объем полученного тела вращения.

- 1)  $\frac{\pi + a^2}{2}$ ;
- 2)  $\frac{\pi + a^3}{4}$ ;
- 3)  $a^3$ ;
- 4)  $\frac{\pi + a^3}{2}$ ;
- 5) Ответы 1-4 неверны.